Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Для билета

Вариант задания 2

Лист работы 1 из 5

2. $V_0 = 10л$. $m = 18г (H_2O)$. $\Delta m - ?$

$P_0 = 10^5 Па$ $P' = 0,9 P_0$

Решение:

В сосуде находится только вода и давление $P = 10^5 Па$, значит это пар при температуре $T = 373k$.

$P_0 V_0 = \frac{m_{п} R T}{\mu} \Rightarrow m_{п_1} = \frac{\mu P_0 V_0}{RT}$, $m_{воды} = m - m_{п_1}$

$0,9 P_0 V_0 = \frac{m_{п2} R T}{\mu} \Rightarrow m_{п2} = \frac{0,9 \mu P_0 V_0}{RT}$.

$\Delta m = m_b + (m_{п1} - m_{п2}) \Rightarrow m - m_{п1} + m_{п1} - m_{п2}$

$\Delta m = m - m_{п2}$

$\Rightarrow \Delta m = m - \frac{0,9 P_0 V_0 \mu}{RT}$ | $T = 373K$, $\mu = 2\mu_H + \mu_O = 2 + 16 = 18$

$\mu = 18 г/моль$.

$\Delta m \approx 12.8 г$.

Ответ: $\Delta m = 12.8 г$.

Можно использовать оборот листа для записи решений

3. $R = 4б2$ км.

$h = \frac{R}{3}$. H_{max} - ?

Решение:

$$\frac{m v_1^2}{R} = \frac{G m M}{R^2} \Rightarrow v_1^2 = \frac{G M}{R} \text{ (1 космическ).}$$

На глубине $h = \frac{R}{3}$ энергия гравитации $E_0 = \frac{G m M_1}{R_1}$,

где $R_1 = (R - h) = \frac{2}{3}R$, $M_1 = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi \left(\frac{2}{3}R\right)^3$

$$\Rightarrow E_0 = \frac{\frac{32}{81}\rho\pi R^3 G m}{\frac{2}{3}R} = \frac{16}{27}\rho\pi R^2 G m$$

$$E_0 + \frac{m v_1^2}{2} = E_k \Rightarrow \frac{16}{27}\rho\pi R G m + \frac{m G M}{2R} = \frac{m G M}{H} \quad | : m$$

$M = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$

$$\Rightarrow \frac{16}{27}\rho\pi R^2 G + \frac{4}{6}\rho\pi R^2 G = \frac{\frac{4}{3}\rho\pi R^3 G}{H} \quad | : \rho\pi G R^2$$

$$\frac{34}{27} = \frac{4R}{3H} \Rightarrow 102H = 108R$$

$H = \frac{108}{102}R \Rightarrow \frac{18}{17}R$. (H - расстояния от центра астероида)

$H_{max} = H - R = \frac{1}{17}R \approx 27.2$ км.

Ответ: $H_{max} \approx 27.2$ км.

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

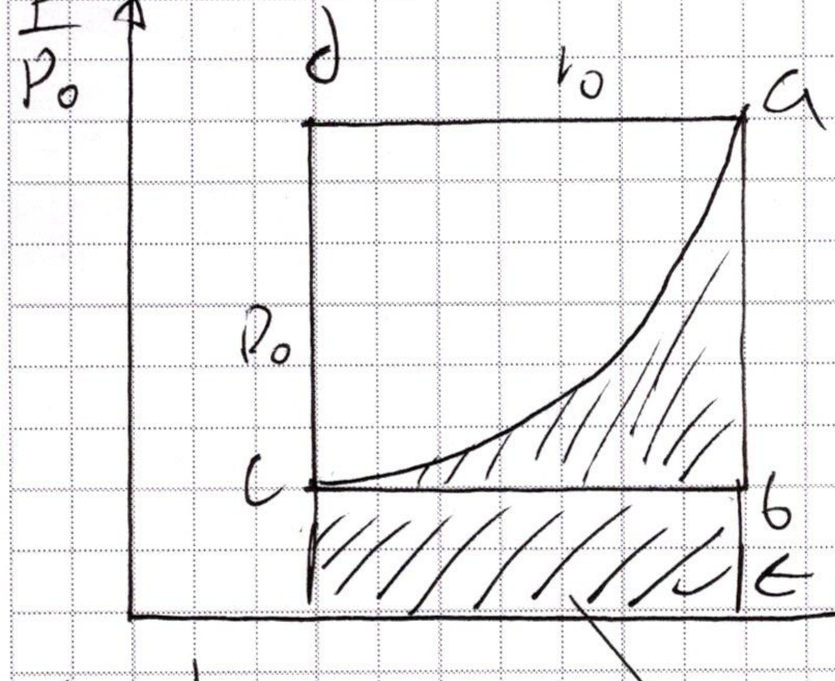
Вариант задания 2

5.

Дано:

$\eta_{цикла} = \eta$

$\eta_{цикла}$ и $\eta_{цикла}$ - ?



1. $\eta = \frac{A_y}{Q_н} = \frac{P_0V_0 - P_0V_0\frac{\pi}{4}}{\Delta V + P_0V_0\frac{\pi}{4} + A'} \rightarrow \frac{P_0V_0(1-\frac{\pi}{4})}{\Delta V + A' + P_0V_0\frac{\pi}{4}}$

$\eta_{цикла} = \frac{A_y'}{Q_н'} = \frac{P_0V_0\frac{\pi}{4}}{\Delta V + P_0V_0 + A'}$

$\rightarrow \eta(\Delta V + A') + \eta P_0V_0\frac{\pi}{4} = P_0V_0(1-\frac{\pi}{4})$

$\eta(\Delta V + A') = P_0V_0(1-\frac{\pi}{4} - \eta\frac{\pi}{4})$.

$\eta_2(\Delta V + A') = P_0V_0\frac{\pi}{4} - \eta_2P_0V_0 = P_0V_0(\frac{\pi}{4} - \eta_2)$.

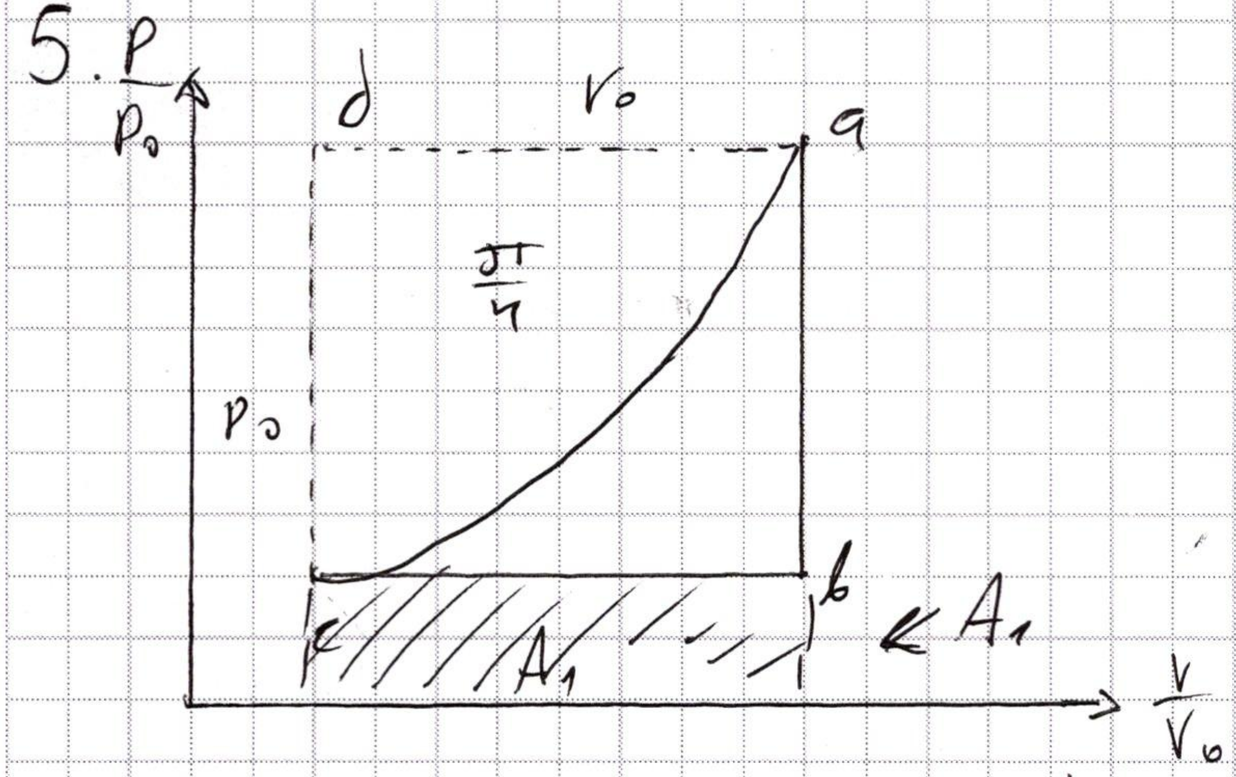
$\frac{\eta}{\eta_2} = \frac{P_0V_0(1-\frac{\pi}{4} - \eta\frac{\pi}{4})}{P_0V_0(\frac{\pi}{4} - \eta_2)} \rightarrow \eta(\frac{\pi}{4} - \eta_2) = \eta_2(1-\frac{\pi}{4} - \eta\frac{\pi}{4})$

$\eta\frac{\pi}{4} - \eta\eta_2 = \eta_2 - \eta_2\frac{\pi}{4} - \eta_2\eta\frac{\pi}{4}$

$\eta\frac{\pi}{4} = \eta_2(1-\frac{\pi}{4} - \eta\frac{\pi}{4}) \Rightarrow \eta_2 = \frac{\eta\frac{\pi}{4}}{1-\frac{\pi}{4} - \eta\frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{\pi}{4}\eta}{1-\frac{\pi}{4}(1+\eta)}$.

$\eta_{цикла} = \frac{\frac{1}{4}\pi\eta}{1-\frac{1}{4}\pi(\eta+1)}$

Можно использовать оборот листа для записи решений

5. 

$\eta_{4бса} = \eta$

$\Delta U_1 = \Delta U_2 = \Delta V$
т.к из точки с в а, в обеих циклах.

1. $\eta = \frac{A_y}{Q_{14}} = \frac{P_0V_0(1-\frac{\pi}{4})}{\Delta V + P_0V_0(1-\frac{\pi}{4}) + A'}$

$\eta_{4бса} = \frac{A_y'}{Q_{14}'} = \frac{P_0V_0\frac{\pi}{4}}{\Delta V + P_0V_0 + A'}$

$\eta(\Delta V + A') = P_0V_0(1-\frac{\pi}{4})(1-\eta)$.

$\eta_2(\Delta V + A') = P_0V_0\frac{\pi}{4} - \eta_2 P_0V_0 \Rightarrow P_0V_0(\frac{\pi}{4} - \eta_2)$

$\frac{\eta}{\eta_2} = \frac{P_0V_0(1-\frac{\pi}{4})(1-\eta_2)}{P_0V_0(\frac{\pi}{4}-\eta_2)} = \frac{\eta}{\eta_2} = \frac{(1-\frac{\pi}{4})(1-\eta)}{\frac{\pi}{4}-\eta_2}$

$\Rightarrow \frac{\pi}{4}\eta - \frac{\pi}{4}\eta_2 = \eta_2(1-\frac{\pi}{4})(1-\eta)$

$\frac{\pi}{4}\eta - \frac{\pi}{4}\eta_2 = \eta_2(1-\eta-\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{4}\eta$

$\eta\frac{\pi}{4} = \eta_2(1-\eta+\frac{\pi}{4}\eta) \Rightarrow \eta_2 = \frac{\frac{\pi}{4}\eta}{1-\eta-\frac{\pi}{4}\eta}$

$\eta_{4бса} = \frac{\frac{\pi}{4}\eta}{1-\eta(1+\frac{\pi}{4})}$. $\quad \eta_{4бсда} = \frac{A_y}{Q_4} = \frac{P_0V_0}{\Delta V + P_0V_0 + A'}$

$\eta_3(\Delta V + A') = P_0V_0 - P_0V_0\eta_3 = P_0V_0(1-\eta_3)$.

$\frac{\eta}{\eta_3} = \frac{(1-\frac{\pi}{4})(1-\eta)}{1-\eta_3} \Rightarrow \eta_3(1-\eta-\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{4}\eta) = \eta - \eta\eta_3$

$\eta_3(1-\frac{\pi}{4}(1-\eta)) = \eta$

olymp.bmstu.ru

5. $\eta_3 = \frac{\eta}{1 - \frac{\pi}{4}(1-\eta)} \Rightarrow \eta_{abcda} = \frac{\eta}{1 - \frac{\pi}{4}(1-\eta)}$.

г)

$\eta_{abcda} = \frac{A_y}{Q_н}$ | Пусть $P_1 = nP_0$, $V_1 = kV_0$ |

$\eta_{abcda} = \frac{P_0V_0(1-\frac{\pi}{4})}{Q_н}$. $Q_н = \frac{3}{2}(nkP_0V_0 + P_0V_0(n+1)(k+1) + P_0V_0(1-\frac{\pi}{4}) + nP_0V_0$

$Q_н = P_0V_0\left(\frac{3}{2}(nk+n+k+1-nk) + 1 - \frac{\pi}{4} + n\right)$.

$Q_н = P_0V_0\left(\frac{3}{2}n + \frac{3}{2}k + \frac{3}{2} + 1 - \frac{\pi}{4} + n\right)$

$Q_н = P_0V_0\left(\frac{5}{2}n + \frac{3}{2}k + \frac{5}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$.

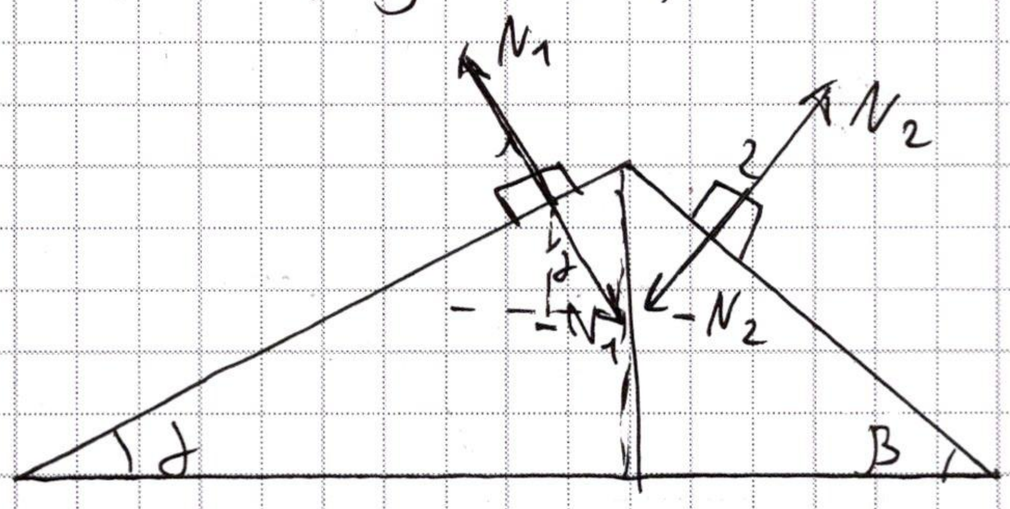
$\eta = \frac{P_0V_0(1-\frac{\pi}{4})}{P_0V_0\left(\frac{5}{2}n + \frac{3}{2}k + \frac{5}{2} - \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{1-\frac{\pi}{4}}{\frac{5}{2}n + \frac{3}{2}k + \frac{5}{2} - \frac{\pi}{4}}$

Макс значение при ~~$n \to \infty$~~ n_{lim}. $nik \to 0$

$\eta = \frac{1-\frac{\pi}{4}}{\frac{5}{2} - \frac{\pi}{4}} \approx 0.125$.

Ответ: $\eta_1 = \frac{\frac{\pi}{4}n}{1-\eta(1+\frac{\pi}{4})}$; $\eta_2 = \frac{\eta}{1-\frac{\pi}{4}(1-\eta)}$; $\eta_{max} \approx 0.125$.

6. $\alpha = 45°$, $\beta = 60°$, m



1) n_2 - ?

2) a_m - ?

$n = \frac{S}{4}m$.

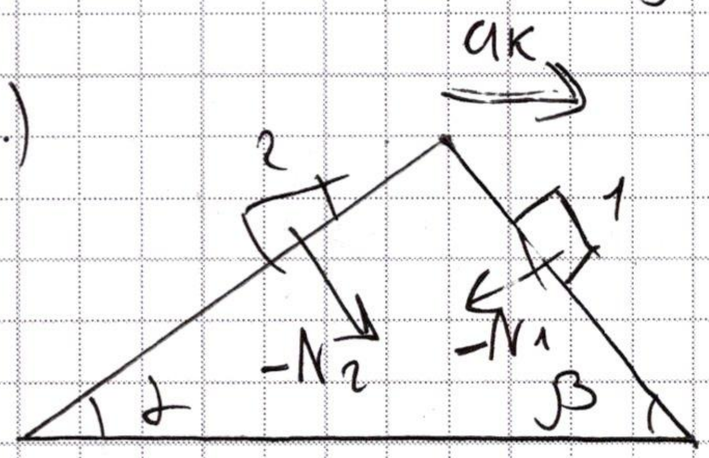
1) $N_1 = mg\cos\alpha$

$N_2 = m_2 g\cos\beta$

x: $N_1\sin\alpha = N_2\sin\beta \to mg\cos\alpha\sin\alpha = m_2 g\cos\beta\sin\beta$

$m_2 = m\frac{\cos\alpha\sin\alpha}{\cos\beta\sin\beta} = \frac{2\sqrt{3}}{3}m.$

2)



~~$N_2\sin\alpha > N_1\sin\beta$~~

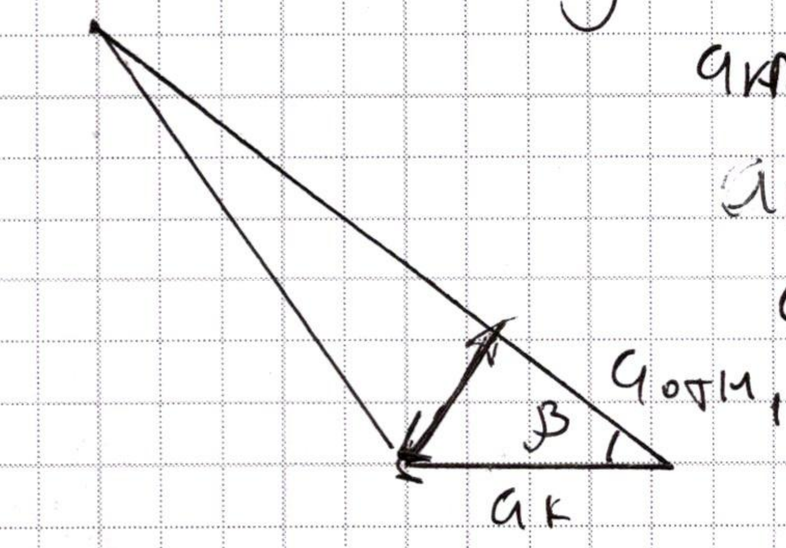
~~$m_2 g\cos\alpha\sin\alpha > mg\cos\beta\sin\beta$~~

~~$\frac{2\sqrt{3}}{3}\cos\alpha\sin\alpha > \cos\beta\sin\beta$~~

~~$\frac{\sqrt{3}}{3} > \frac{\sqrt{3}}{4}$~~ $\to$ ~~$N_2\sin\alpha > N_1\sin\beta$~~ (~~кажи~~ ~~налево~~ ~~вправо~~).

$a_{отн_2} m_2 = g\sin\alpha$ $\quad \vec{a}_{отн} = \vec{a}_{отн} + \vec{a}_K$

$a_{отн_1} m_1 = g\sin\beta$.



~~$a_K m_1 \sin\beta = m_1 g\cos\beta$~~ N_1

$a_K M = N_1\sin\beta - N_2\sin\alpha$

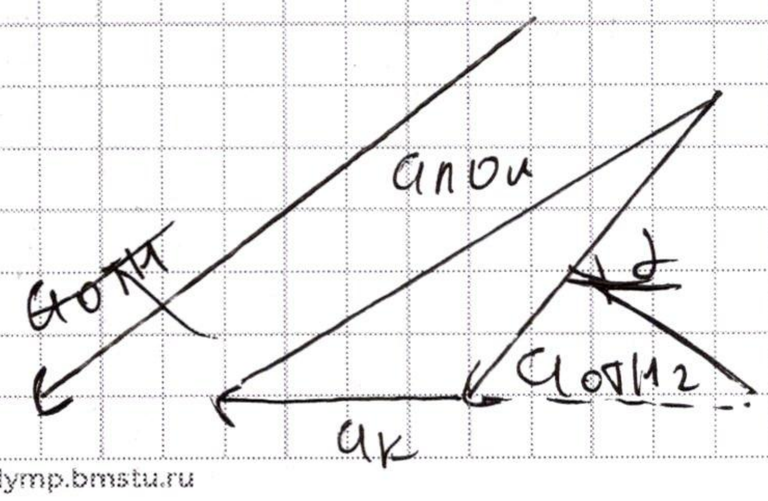
$a_K M = a_K m_1\sin^2\beta - N_2\sin\alpha$

$a_K(M - m_1\sin^2\beta) = N_2\sin\alpha$

$a_K(m_1\sin^2\beta - M) = N_2\sin\alpha$

~~$a_K\sin\alpha = N_2$~~ $a_K m_2\sin\alpha = N_2$

$a_K(m_1\sin^2\beta - M) = a_K$



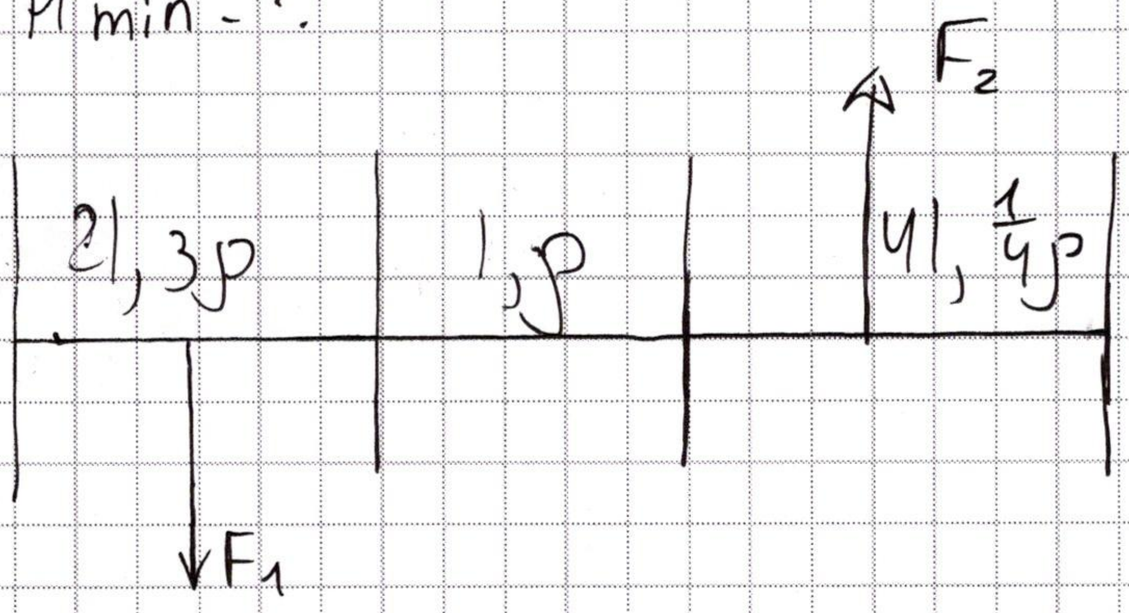
$\to$ 5 лист.

olymp.bmstu.ru

Вариант задания 2

Ч. Ф, 1

H_{min} - ?



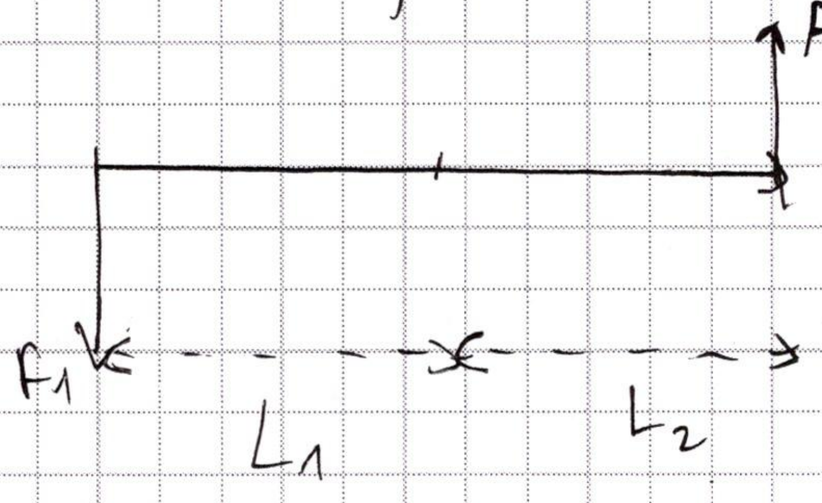
Часть длиной 2l и плотностью 3ρ будет опущена в ~~воде~~ жидкости и больший будет вниз.

$F_1 = 2l \cdot 3\rho Sg - 2l\rho Sg = 4\rho lSg$

Общая сила на стержень будет 0, т.к одинаковы плотности,

$F_2 = \rho l_1 Sg - \frac{1}{4}\rho \cdot 4l Sg \Rightarrow \rho Sg(l_1 - l)$.

Рассмотрим моменты относительно центра стержня.



~~$L_1 = 0.5l + l = 1.5l$~~

$L_1 = 3.5l - l = 2.5l$

$L_2 = \frac{l_1}{2} - 0.5l \Rightarrow \frac{1}{2}(l_1 - l)$.

~~$F_1 L_1 \ll F_2 L_2$, чтобы стержень начал переворачиваться.~~

~~Запишем разницу энергий.~~

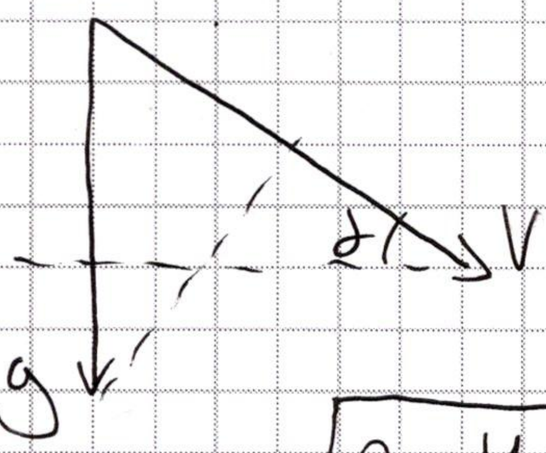
~~$E_{n0} = 0$. $E_{nk} = m_1 g l + m_2 g \cdot 2.5l + m_3 g \cdot 3l$~~

~~$m_1 = 3\rho \cdot 2lS = 6\rho lS$, $m_2 = \rho lS$, $m_3 = \rho lS$.~~

~~$E_{nk} = 6\rho l^2 gS =$~~

1. $v_0 = 10 \frac{м}{с}$ $\quad H - ?$

2. $a_{тр} = a_{тк}$.



$a_т = g \sin\alpha$

$tg\alpha = \frac{v_y}{v_0} = \frac{\sqrt{2gH}}{v_0}$

~~$a_{тк} = \frac{\sqrt{2gH}}{v_0}$ т.к~~

$tg\alpha = \frac{\sqrt{2gH}}{v_0}$, $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{v_0^2 + 2gh}}$

В перед падением $a_т = g \sqrt{\frac{2gH}{v_0^2 + 2gH}}$

$a_{тр} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\sqrt{2gH + v_0^2} - v_0}{\Delta t}$ $\quad , \frac{g\Delta t^2}{2} = H - \Delta\Delta t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$

$$\frac{1.5\left(\sqrt{2gH + v_0^2} - v_0\right)}{\sqrt{\frac{2H}{g}}} = g\sqrt{\frac{2gH}{v_0^2 + 2gH}}$$

$$1.5\left(\sqrt{2gH + v_0^2} - v_0\right) = g\sqrt{\frac{2H(2gH)}{g(v_0^2 + 2gH)}} = \sqrt{\frac{4g^2H^2}{v_0^2 + 2gH}}$$

4. ρ, l $H_{min} - ?$

Запишем изменение потенциальной энергии:

$\Delta E = m_1 g l + m_2 g 2.5 l + m_3 g 3 l$

$m_1 = 3\rho \cdot 2lS = 6\rho Sl$ $m_2 = \rho Sl$, $m_3 = \frac{1}{4}\rho \cdot 4lS = \rho Sl$

$\Delta E = 6\rho Sl^2 g + 2.5\rho Sl^2 g + 5\rho Sl^2 g = 13.5\rho Sl^2 g.$

$\Sigma A_{внеш} = \Delta E = 13.5\rho Sl^2 g.$

$A_{F\Delta} = 2\rho Sl g^2 + \rho Sl g \cdot 2.5 l + \rho 4 l g H_{min} = 4.5\rho Sl^2 g + 4\rho l g H_{min}$

$13.5\rho Sl^2 g = 4.5\rho Sl^2 g + 4\rho g l S H_{min}$

$4\rho g S l H_{min} = 9\rho Sl^2 g \rightarrow 4 l H_{min} = 9 l$

$H_{min} = \frac{9}{4} l.$

Ответ: $H_{min} = \frac{9}{4} l.$

6.

$+a_k m_1 \sin\beta = mg\cos\beta - N_1$

$\Rightarrow N_1 = m_1 g\cos\beta - a_k m_1 \sin\beta$

$a_k m_2 \sin\alpha = N_2 - m_2 g\cos\alpha$

$\Rightarrow N_2 = a_k m_2 \sin\alpha + m_2 g\cos\alpha$

$x: a_k M = N_1 \sin\beta - N_2 \sin\alpha$

$a_k M = m_1 \sin\beta (g\cos\beta - a_k \sin\beta) - m_2 \sin\alpha (a_k \sin\alpha + g\cos\alpha)$

$a_k M = + a_k m_1 \sin^2\beta + a_k m_2 \sin^2\alpha = m_1 \sin\beta g\cos\beta - m_2 \sin\alpha g\cos\alpha$

$a_k \left(\frac{5}{4}m + \frac{3}{4}m + \frac{\sqrt{3}}{3}m\right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}mg - \frac{\sqrt{3}}{3}mg\right)$.

$\Rightarrow a_k \approx -0.056g \approx 0.56 \frac{м}{с^2}$

Ускорение будет направлено вправо.

Ответ: $m_2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}m$, $a_k \approx 0.56 \frac{м}{с^2}$

